

תוכן העניינים:

2	קבל וסליל במעגל החשמלי
2	רכיבים ריאקטיביים – הקבל והסליל :
2	סיכום כללי :
7	הקבל במעגל החשמלי :
7	סיכום כללי :
9	שאלות :
10	תשובות סופיות :
11	הסליל במעגל החשמלי :
11	סיכום כללי :
13	שאלות :
13	תשובות סופיות :

שימו לב!

החוברת מחולקת לנושאים כפי שמוצגים באתר GOOL. כל נושא פותח בסיכום תיאורטי קצר ולאחריו דוגמאות – אלו נידונים בהרחבה בסרטוני התיאוריה שבאתר GOOL. לאחר מכן ישנו מגוון תרגילים ברמה עולה בכל אחד מהנושאים – כולם נפתרים באריכות ובפירוט בסרטוני השאלות שבאתר.

תורת המעגלים החשמליים

קבל וסליל במעגל החשמלי

רכיבים ריאקטיביים – הקבל והסליל:

סיכום כללי:

קיבול:

קיבול היא מידה המתארת את היכולת של רכיב לאגור מטען ליחידת מתח: $C = \frac{q}{V}$.

$$F = \frac{C}{V} = \frac{C^2}{N \cdot m}, [C] = \left[\frac{q}{V} \right] = F$$

יחידות הקיבול הן פאראד: $F = \frac{q}{V}$. דרך נוספת לחשב (ולהגדיר) קיבול היא באמצעות המידות הגאומטריות של צורה

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

קשר בין המקדם הדיאלקטרי לקיבול:

$$\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \left[\frac{F}{m} \right] \quad \epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \left[\frac{C^2}{m^2 \cdot N} \right]$$

את הגודל: החוזק הדיאלקטרי של חומר מתאר את היכולת שלו לאגור מטענים חשמליים ליחידת אורך.

שדה מגנטי:

שדה מגנטי נוצר כתוצאה מתנועה של שדה חשמלי במרחב.

שדה חשמלי הנע במרחב יכול להיווצר בעקבות זרם חשמלי או שדות נוספים שיוצרים אותו.

לקווי השדה מקובל לקרוא בשם שטף מגנטי והוא מסומן ב- Φ (או Φ_B) ויחידותיו: [Wb].

$$[T] = [T] \text{ כאשר מתקיים } [T] = \left[\frac{Wb}{m^2} \right]$$

השטף המגנטי מתאר את כמות קווי השדה המגנטי העוברים דרך משטח: $\Phi_B = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$.

אם צפיפות השטף המגנטי אחידה בשטח חתך A ניתן לכתוב: $B = \frac{\Phi}{A}$.

השראות עצמית:

ההשראות מוגדרת בתור שטף המגנטי ליחידת זרם: $L = \frac{\Phi_B}{I}$ ונמדדת ב-H.

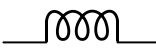


הערה:

יש המגדירים את ההשראות בתוך שינוי השטף ליחידת זרם: $L = \frac{d\Phi_B}{dI}$.
לעניין חישוב ההשראות אין משמעות מיוחדת לכך שכן ההשראות אינה תלויה בזרם או בשטף אלא בצורה הגאומטרית של הצורה/הרכיב שנחשב.

השראות של סליל:

נניח סליל באורך l ורדיוס של a (שזורם בו זרם I): $L = \frac{\mu_0 \pi a^2 N^2}{l}$.

רכיבים חשמליים פאסיביים ואידיאליים:

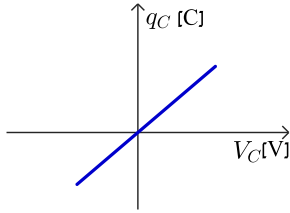
סליל	קבל	נגד	
$\Phi = L \cdot I$	$Q = C \cdot V$	$V = IR$	משוואה
			סמל חשמלי

קשר בין מתח וזרם ברכיבים ריאקטיביים:

קשר דיפרנציאלי	קשר אינטגרלי	
$I = C \frac{dV_C}{dt}$	$V_C(t) = V_C(0) + \frac{1}{C} \int_0^t I_C(t') dt'$	קבל
$V_L = L \frac{dI}{dt}$	$I_L(t) = I_L(0) + \frac{1}{L} \int_0^t V_L(t') dt'$	סליל

אופיין קבל אידיאלי:

בשונה מאופייני I-V שהסקנו בעבר, לגבי קבל נצא מהקשר: $q_C = CV_C$
ונצייר את הגרף הבא:



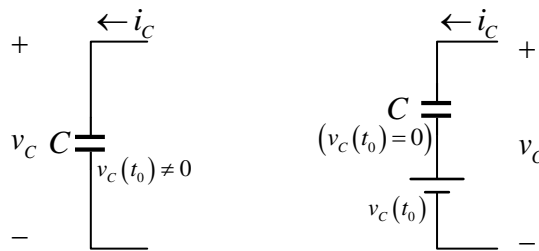
לגרף קוראים אופיין Q-V של קבל והוא מתאר את הקשר שבין הצטברות המטען החשמלי על פני לוחות הקבל לבין המתח החשמלי הפועל על הקבל.

ליניאריות הקבל:

קבל אידיאלי במעגל חשמלי מהווה מערכת LTI בתנאי שתנאי ההתחלה הם אפס: $v_C(t_0) = 0V$.

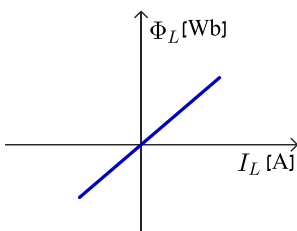
תובנה:

אם במעגל חשמלי נתון קבל עם מתח התחלתי כלשהו $v_C(t_0) \neq 0V$ ויהיה צורך להעביר אות כניסה ולחשב מוצא על בסיסו נוכל למדל את הקבל הנ"ל בתור קבל אידיאלי פרוק המחובר בטור למקור מתח אידיאלי בגודל $v_C(t_0)$ באופן הבא:



אופיין סליל אידיאלי:

בדומה לאופיין של קבל, גם כאן נסיק אופיין מהקשר: $\Phi = L \cdot i_L$
ונצייר את הגרף הבא:



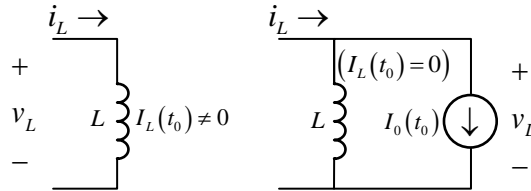
לגרף קוראים אופיין Φ-I של סליל והוא מתאר את הקשר שבין הצטברות השטף המגנטי בסליל לבין הזרם החשמלי העובר דרכו.

ליניאריות הסליל:

סליל אידיאלי במעגל חשמלי מהווה מערכת LTI בתנאי שתנאי ההתחלה הם אפס: $i_L(t_0) = 0A$.

תובנה:

אם במעגל חשמלי נתון סליל עם זרם התחלתי כלשהו $i_L(t_0) \neq 0A$ ויהיה צורך להעביר אות כניסה ולחשב מוצא על בסיסו נוכל למדל את הסליל הנ"ל בתור סליל אידיאלי פרוק המחובר במקביל למקור זרם אידיאלי בגודל $i_L(t_0)$ באופן הבא:



הספקים של רכיבים פאסיביים:

ההספק (Power) מוגדר בתור השינוי הזמני של האנרגיה: $P = \frac{dW}{dt} = \frac{dW}{dQ} \frac{dQ}{dt} = V \cdot I$

עבור אותות זמניים $I(t)$ ו- $V(t)$ נגדיר את ההספק הרגעי: $P(t) = V(t) \cdot I(t)$

יחידות הספק: $[P] = [V][I] = \text{Volt} \cdot \text{Ampere} = \text{Watt}$

מכיוון אחר אפשר גם להגדיר: $[P] = \frac{[W]}{[T]} = \frac{\text{Joule}}{\text{sec}} = \text{Watt}$

ביטויים עבור ההספק והאנרגיה ברכיבים פאסיביים:

אנרגיה	הספק	
$W_R(t) = P_R(t) \cdot t$	$P_R(t) = I_R^2(t) \cdot R$	נגד
$W_C(t) = \frac{1}{2} CV_C^2(t)$	$P_C(t) = \frac{d}{dt} W_C(t) = \frac{1}{2} CV_C(t) \frac{dV_C}{dt}$	קבל
$W_L(t) = \frac{1}{2} LI_L^2(t)$	$P_L(t) = \frac{d}{dt} W(t) = LI_L(t) \frac{dI_L}{dt}$	סליל

הערות:

(1) אם בזמן $t = 0$ ידוע כי היה על הקבל מתח מסוים אז: $W_C(t) = \frac{1}{2}C(V_C^2(t) - V_C^2(0))$

מכיוון ש- $V_C(0) \neq 0V$.

(2) אם בזמן $t = 0$ ידוע כי היה על הקבל מתח מסוים אז: $W_L(t) = \frac{1}{2}L(I_L^2(t) - I_L^2(0))$

מכיוון ש- $I_L(0) \neq 0A$.

(3) ניתן לכתוב את העבודה שבוצעה, או האנרגיה שנאגרה בקבל, במשך זמן $[t_0 : t_1]$ כך:

$$\Delta W_C = \frac{1}{2}CV_C^2(t_1) - \frac{1}{2}CV_C^2(t_0) = W_C(t_1) - W_C(t_0)$$

באותו אופן לגבי סליל נכתוב:

$$\Delta W_L = \frac{1}{2}LI_L^2(t_1) - \frac{1}{2}LI_L^2(t_0) = W_L(t_1) - W_L(t_0)$$

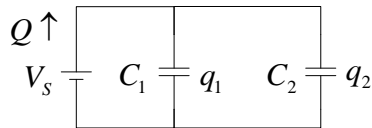
הקבל במעגל החשמלי:

סיכום כללי:

חיבור קבלים במקביל:

עבור חיבור של N קבלים מקביל, בעלי קיבולים $1 \leq k \leq N : C_k$ בהתאמה,

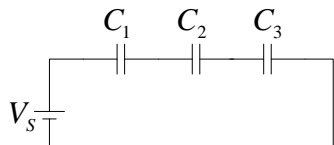
נוכל לכתוב ביטוי לקיבול השקול באופן הבא: $C_T = \sum_{k=1}^N C_k$.



חיבור קבלים בטור:

עבור חיבור של N קבלים בטור, בעלי קיבולים $1 \leq k \leq N : C_k$ בהתאמה,

נוכל לכתוב ביטוי לקיבול השקול באופן הבא: $\frac{1}{C_T} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{C_k}$.



התנהגות קבלים במעגל חשמלי:

מעגלים הנקראים מעגלי RC או מעגלים מסדר ראשון.

נניח כי הקבל אינו טעון ($Q_C = 0$).

תובנות:

(1) ברגע סגירת המפסק הזרם הוא: $I(0) = \frac{V_S}{R}$ והמתח על פני הקבל הוא: $V_C(0) = 0V$.

(2) לאחר זמן רב מרגע סגירת המפסק, הזרם הוא אפס: $I(\infty) = 0$ והמתח על פני

הקבל הוא $V_C(\infty) = V_S$.

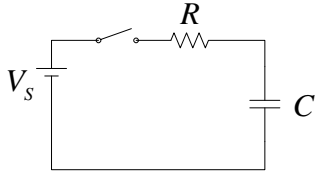
(3) מרגע סגירת המפסק ניתן להסתכל על הקבל כרכיב שהתנגדותו היא 0Ω (קצר)

והולכת כלפי $\infty\Omega$ (נתק) עם הזמן, כך שלאחר זמן רב מרגע סגירת המפסק

הקבל מהווה נתק במעגל.

המצב המתמיד של מעגלים עם קבלים:

מקובל להתייחס למצב המתמיד במעגלים עם מפסקים וקבלים בתור פרק זמן מספיק ארוך כזה שכל תופעות המעבר עברו (ולכן קבלים יתפקדו כנתק).



טעינה של קבל:

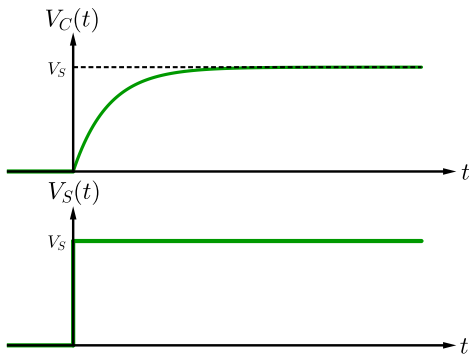
נתון המעגל הבא.

בזמן $t = 0$ סוגרים את המפסק.

ידוע כי אין אנרגיה האגורה בקבל, כלומר $V_C(0) = 0V$.

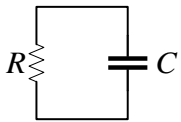
$$V_C(t) = V_S \left(1 - \exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\} \right)$$

תיאור גרפי של טעינת הקבל:



פריקה של קבל:

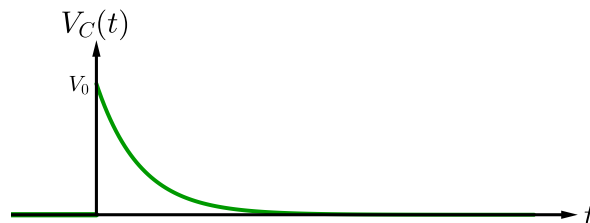
נניח כעת כי הקבל מתפרק על פני נגד R ונכתוב את המשוואה המתאימה המתארת את התפרקותו.



כעת נניח מתח התחלתי על פני הקבל V_0 , כלומר: $V_C(t=0) = V_0$.

$$V_C(t) = V_0 \exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\}$$

תיאור גרפי:



הערות:

- הגודל τ נקבל **קבוע הזמן של המעגל** והוא פרמטר המתאר את קצב הטעינה של הקבל במעגל. τ מתאר את משך הזמן שלוקח לקבל להיטען עד ל-63% מערך המתח המירבי אליו הוא מחובר.

(2) מקובל לומר כי לאחר 5 קבועי זמן (5τ) טעינת הקבל הסתיימה והמתח על פניו יהיה V_s .

(3) קבוע הזמן הפריקה מתאר את קצב ההתפרקות של הקבל. בפרט לאחר $t = \tau$ הקבל יפרוק 63% מערכו (או יישאר עם כ-36% מערכו ההתחלתי).

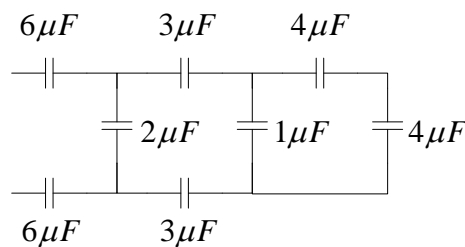
רציפות מתח בקבל:

קבל רציף לעניין מתחים: $V_C(t = t_0^-) = V_C(t = t_0^+)$
(כאשר ב- t_0 יש מפסק שמעביר את המעגל ממצב אחד למצב אחר).

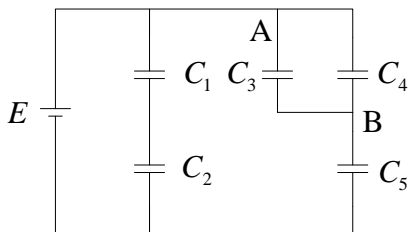
שאלות:

שאלות חימום יסודיות:

(1) חשב את הקיבול השקול של המעגל הבא:



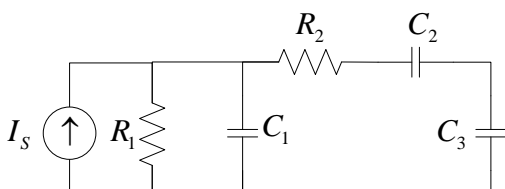
(2) לפניך המעגל הבא:



נתון: $C_1 = 6\text{mF}$, $C_2 = 3\text{mF}$, $C_3 = 2\text{mF}$
 $C_4 = 4\text{mF}$, $C_5 = 12\text{mF}$

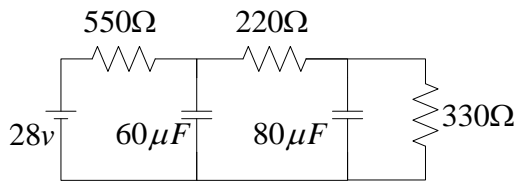
- א. חשב את הקיבול השקול שרואה מקור המתח.
- ב. מצא את מתח המקור אם נתון כי $V_{AB} = 16\text{V}$.

(3) לפניך המעגל הבא:



נתון: $I_s = 12\text{A}$, $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 100\Omega$
 $C_1 = 1.9\mu\text{F}$, $C_2 = 3\mu\text{F}$, $C_3 = 2\mu\text{F}$

- א. חשב את הזרם דרך כל נגד במצב המתמיד.
- ב. חשב את המתח על כל קבל במצב המתמיד.
- ג. מחליפים את הנגד R_2 בנגד חדש בעל התנגדות של $1\text{k}\Omega$. כיצד ישתנו הזרמים במעגל במצב המתמיד?



4) כמה מטען ואנרגיה אגורים בכל אחד מהקבלים במצב המתמיד במעגל הבא:

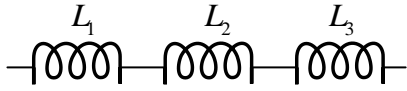
תשובות סופיות:

- (1) $1.5\mu\text{F}$
- (2) א. 6mF ב. 24V
- (3) א. $I_{R_1} = 12\text{A}, I_{R_2} = 0\text{A}$ ב. $V_{C_1} = 24\text{V}, V_{C_2} = 9.6\text{V}, V_{C_3} = 14.4\text{V}$
- ג. הזרמים לא ישתנו כלל.
- (4) $60\mu\text{F}: Q = 840\mu\text{C}, W = 5.88\text{mJ}$; $80\mu\text{F}: Q = 672\mu\text{C}, W = 2.822\text{mJ}$

הסליל במעגל החשמלי:

סיכום כללי:

חיבור סלילים בטור:

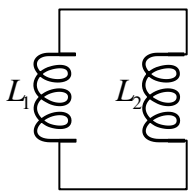


עבור חיבור של N סלילים בטור, בעלי השראויות L_k : $1 \leq k \leq N$ בהתאמה,

נוכל לכתוב ביטוי להשראות השקולה באופן הבא: $L_T = \sum_{k=1}^N L_k$.

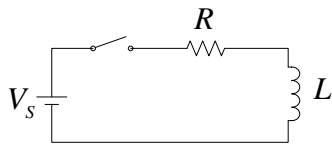
חיבור סלילים במקביל:

עבור חיבור של N סלילים במקביל, בעלי השראויות L_k : $1 \leq k \leq N$ בהתאמה,



נוכל לכתוב ביטוי להשראות השקולה באופן הבא: $\frac{1}{L_T} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{L_k}$.

התנהגות סלילים במעגל חשמלי:



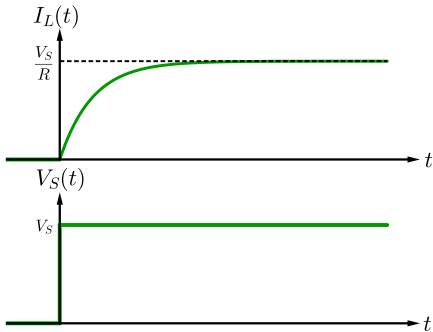
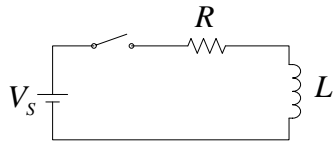
מעגלים הנקראים מעגלי RL או מעגלים מסדר ראשון. נניח כי הסליל אינו טעון ($\phi = 0$). תובנות:

(1) ברגע סגירת המפסק הזרם הוא: $I(0) = 0A$ והמתח על פני הסליל הוא: $V_L(0) = V_S$.

(2) לאחר זמן רב מרגע סגירת המפסק, הזרם הוא: $I(\infty) = \frac{V_S}{R}$ והמתח על פני הסליל הוא: $V_C(\infty) = 0V$.

(3) מרגע סגירת המפסק ניתן להסתכל על הסליל כרכיב שהתנגדותו היא $\infty \Omega$ (נתק) והולכת כלפי 0Ω (קצר) עם הזמן, כך שלאחר זמן רב מרגע סגירת המפסק הסליל מהווה קצר במעגל.

טעינה של סליל:



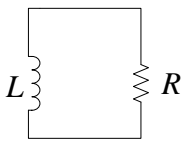
נתבונן במעגל הבא. בזמן $t = 0$ סוגרים את המפסק. ידוע כי אין אנרגיה מגנטית בסליל, כלומר $I_L(0^+) = 0A$.

$$I(t) = \frac{V_s}{R} \left(1 - \exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\} \right)$$

אות הזרם המתקבל: תיאור גרפי של טעינת הקבל:

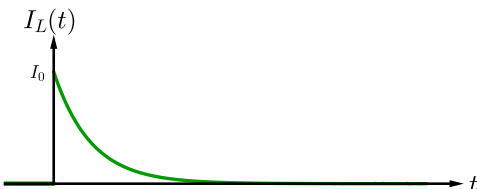
פריקה של סליל:

נניח כעת כי הסליל מתפרק על פני נגד R ונכתוב את המשוואה המתאימה המתארת את התפרקותו. כעת נניח כי הסליל אוגר זרם I_0 , כלומר: $I_L(t=0) = I_0$.



$$I_L(t) = I_0 \exp\left\{-\frac{t}{\tau}\right\}$$

תיאור גרפי:



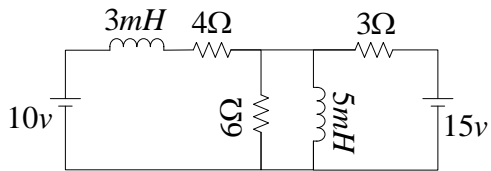
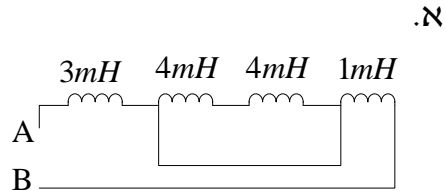
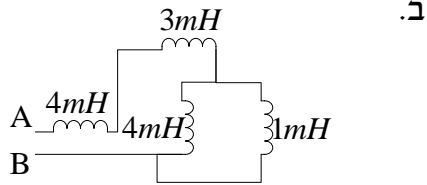
רציפות זרם בסליל:

סליל רציף לעניין זרמים: $I_L(t=t_0^-) = I_L(t=t_0^+)$ (כאשר ב- t_0 יש מפסק שמעביר את המעגל ממצב אחד למצב אחר).

שאלות:

שאלות חימום יסודיות:

1) חשב את ערכי ההשראות השקולים של הסלילים הבאים בין הנקודות A ו-B:



2) נתון המעגל הבא :
חשב את האנרגיה האגורה בכל אחד מהסלילים.

תשובות סופיות:

1) א. 6mH ב. 7.8mH

2) 0.14J , 9.375mJ